Programme de khôlle de maths n° 1

Du 15/09/25 au 19/09/25

Cours

Révisions :

- Dérivées usuelles, opérations sur les dérivées
- Limites usuelles et opérations sur les limites. Croissances comparées.
- Savoir déterminer l'ensemble de définition d'une fonction.
- Étude complètes de fonctions : variations, limites aux bornes de l'ensemble de définition, asymptotes verticales et horizontale, asymptotes obliques.
- Définition d'une fonction (dé)croissante. Résultats sur les composition de fonctions croissantes/décroissantes.

Chapitre 1 : Fonctions trigonométriques

- Fonctions sinus, cosinus, tangente : ensembles de définition, valeurs remarquables.
- Fonctions périodiques, fonctions paires, fonctions impaires, cas des trois fonctions trigonométriques.
- Propriétés "géométriques" : $\cos(x+\pi) = -\cos x$ et $\sin(x+\pi) = -\sin x$, $\cos(\pi - x) = -\cos x$, $\sin(\pi - x) = \sin x$, $\cos(x+\pi/2) = -\sin(x)$, $\sin(x+\pi/2) = \cos x$, $\cos(\pi/2 - x) = \sin x$, $\sin(\pi/2 - x) = \cos x$.

Questions de cours

- Valeurs remarquables de $\sin(x)$ et $\cos(x)$.
- Montrer que $\tan\left(x+\frac{\pi}{2}\right) = -\dfrac{1}{\tan x}$ pour tout $x \in \mathbb{R} \setminus \left\{\dfrac{k\pi}{2}; k \in \mathbb{Z}\right\}$
- Montrer que $\tan(\pi - x) = -\tan x$ pour tout $x \in \mathbb{R} \setminus \left\{\frac{\pi}{2} + k\pi \ ;\ k \in \mathbb{Z}\right\}$
- Montrer que la composée de deux fonctions décroissantes est croissantes.

Exercices

- Étudier la fonction définie par $f(x) = \ln\left(1 - \mathrm{e}^{-(x-1)^2}\right)$ (ensemble de définition, variations, limites aux bornes de l'ensemble de définition, signe, allure de la courbe représentative)
- Prouver qu'il existe exactement deux réels x strictement positifs tels que $\dfrac{\sqrt{x}-1}{1+\ln(x)} = 2$.
- Étudier le signe de $\left(\cos x - \dfrac{1}{2}\right)\left(\sin x + \dfrac{\sqrt{3}}{2}\right)$ en fonction de x pour $x \in [0; 2\pi]$.
- Étudier les variations de $x - \dfrac{x^3}{6} - \sin x$ sur $[0; +\infty[$
- Étudier la fonction $f : x \longmapsto \dfrac{\sqrt{3}\cos(x)}{2-\sin(x)}$ définie sur $[0; 2\pi]$.